

OEFENPROEFWERK VWO B DEEL 3

HOOFDSTUK 12 GONIOMETRISCHE FORMULES

Formules

$\cos(t+u) = \cos(t)\cos(u) - \sin(t)\sin(u)$	$\sin(2A) = 2\sin(A)\cos(A)$
$\sin(t+u) = \sin(t)\cos(u) + \cos(t)\sin(u)$	$\cos(2A) = \cos^2(A) - \sin^2(A)$
$\cos(t-u) = \cos(t)\cos(u) + \sin(t)\sin(u)$	$\cos(2A) = 2\cos^2(A) - 1$
$\sin(t-u) = \sin(t)\cos(u) - \cos(t)\sin(u)$	$\cos(2A) = 1 - 2\sin^2(A)$

OPGAVE 1

Bereken exact de oplossingen van

4p **a** $1 - \cos(\pi t) = 2\sin^2(\pi t)$ op $[0, 3]$

4p **b** $\cos(2x - \frac{1}{4}\pi) = -\sin(3x + \frac{1}{3}\pi)$ op $[0, \pi]$

OPGAVE 2

3p Herleid de formule $y = \sin(x - \frac{1}{3}\pi) - \cos(x - \frac{1}{6}\pi) + 2$ tot de vorm $y = a + b\cos(cx)$.

OPGAVE 3

Gegeven is de functie $f(x) = \sin^2(x) - \cos(x) - \frac{1}{4}$ met domein $[0, 2\pi]$.

3p **a** Toon aan dat de grafiek van f symmetrisch is in de lijn $x = \pi$.

6p **b** Bereken algebraïsch het bereik van f .

9p **c** Bereken exact de oppervlakte van het vlakdeel V dat ingesloten wordt door de grafiek van f en de x -as.

OPGAVE 4

De baan van een punt P is gegeven door de parametervoorstelling

$$\begin{cases} x(t) = -2 + 3\cos(2t) \\ y(t) = -1 + 3\sin(2t) \end{cases} \text{ met } t \text{ op } [-\frac{1}{4}\pi, \frac{1}{2}\pi] \text{ en } t \text{ in seconden.}$$

5p **a** Teken de baan van P .

5p **b** Bereken exact hoeveel seconden P zich links van de lijn $x = -\frac{1}{2}$ bevindt.

5p **c** Gegeven is het punt $Q(-3, -5)$.

Bereken in twee decimalen nauwkeurig voor welke t geldt dat $PQ > 6$.

OPGAVE 5

Gegeven zijn de trillingen $u_1 = 3\sin(24\pi t)$, $u_2 = 5\sin(30\pi t - 2)$ en $u_3 = 2\sin(24\pi t - \frac{1}{5}\pi)$ met u in cm en t in seconden.

2p **a** Bereken de periode van de samengestelde trilling $u_4 = u_1 + u_2$.

De uitwijking van een trillend punt P wordt gegeven door $u_p = u_1 - u_3$.

4p **b** Schrijf de formule van u_p in de vorm $u_p = b\cos(ct - d)$. Rond b en d af op twee decimalen.

5p **c** Bereken hoeveel tijd P nodig heeft om 10 km af te leggen. Rond af op gehele minuten.

5p **d** Bereken algebraïsch de snelheid van P op $t = 0$. Geef het antwoord in km/uur en rond af op één decimaal.

OPGAVE 6

De baan van het punt P is gegeven door

$$\begin{cases} x_p(t) = 2\sin(4t) \\ y_p(t) = 2\cos(3t - \frac{1}{4}\pi) \end{cases} \text{ met } -\frac{3}{4}\pi \leq t \leq \frac{1}{4}\pi$$

en t de tijd in seconden.

In de figuur hiernaast zie je de baan van P .

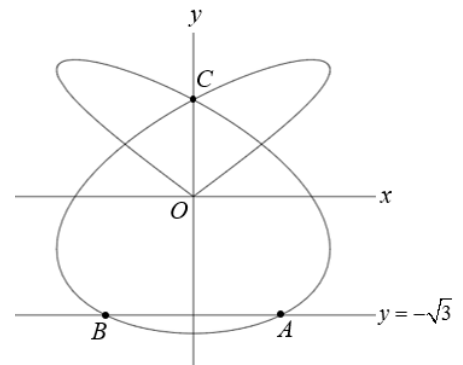
4p **a** De lijn $y = -\sqrt{3}$ snijdt de baan van P in de punten A en B .

Bereken exact hoeveel tijd het punt P er over doet om van A naar B te komen.

10p **b** De baan snijdt zichzelf op de y -as in het punt C .

Bereken in graden de hoek φ die de baan in C met zichzelf maakt. Rond af op één decimaal.

6p **c** Bereken exact de baansnelheid van P in het snijpunt met de positieve x -as.



OPGAVE 7

De kromme K met de keerpunten O en A in de figuur hiernaast getekend, is de baan van het punt P

en wordt gegeven door
$$\begin{cases} x_p(t) = 2\sin(t) + 2 \\ y_p(t) = 3\cos(2t) + 3 \end{cases}$$

Het lijnstuk PQ met $Q(1, 2)$ is zijde van het vierkant $PQRS$. Het punt M is het middelpunt van dit vierkant. In de figuur is ook de baan van M met de keerpunten B en C getekend.

4p **a** Stel de bewegingsvergelijkingen op van M .

Het lijkt of het punt C op de baan van P ligt.

8p **b** Onderzoek of dit inderdaad het geval is.

