

OEFENPROEFWERK VWO B DEEL 3

HOOFDSTUK 11 INTEGRALREKENING

OPGAVE 1

4p **a** Toon aan dat $F(x) = \frac{\ln^2(x) - \ln(x) - 1}{x}$ een primitieve is van

$$f(x) = \frac{\ln(x) - \ln^2(x)}{x^2}.$$

4p **b** Primitiveer $f(x) = \log(5x) + {}^5\log(x)$.

5p **c** De grafiek van een primitieve van $f(x) = (2x - \sqrt{x})^2$ gaat door het punt (4, 45).

Bereken het functievoorschrift van deze primitieve.

4p **d** De primitieve met integratieconstante 0 van de functie $f(x) = \frac{x}{(1-x^2)^2}$ is van

$$\text{de vorm } F(x) = \frac{1}{a(1-x^2)}.$$

Bereken a .

OPGAVE 2

Het vlakdeel V wordt ingesloten door de grafiek van $f(x) = 8 - x\sqrt{x}$, de x -as en de y -as.

5p **a** Bereken exact de oppervlakte van V .

4p **b** Het vlakdeel W wordt ingesloten door de grafiek van f , de x -as, de y -as en de lijn $x = p$.

Bereken in drie decimalen nauwkeurig voor welke waarde van p de oppervlakte van W gelijk is aan 10.

OPGAVE 3

Het vlakdeel V wordt ingesloten door de grafieken van $f(x) = \frac{1}{2}e^x$ en

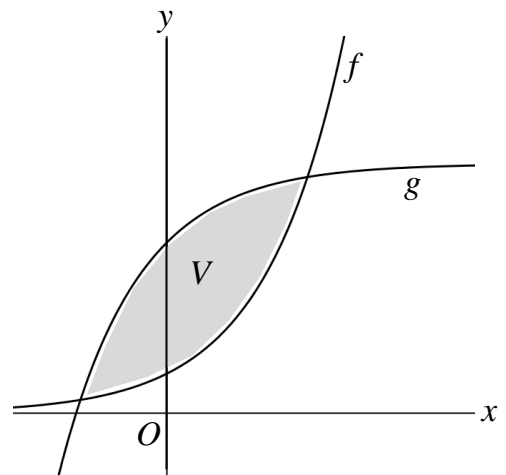
$$g(x) = 3\frac{1}{6} - e^{-x}. \text{ Zie de figuur hiernaast.}$$

De oppervlakte van V is te schrijven in de vorm $O(V) = a \ln(18) + b$.

7p **a** Bereken exact de waarden van a en b .

4p **b** De lijn $x = p$ verdeelt V in twee delen met gelijke oppervlakte.

Bereken p in drie decimalen nauwkeurig.



OPGAVE 4

Gegeven is de functie $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x$ en de lijn $k: y = -\frac{1}{2}x + 4$.

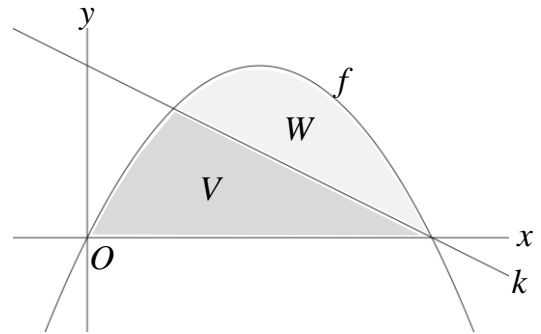
Het vlakdeel V wordt ingesloten door de grafiek van f , de lijn k en de x -as.

Het vlakdeel W wordt ingesloten door de grafiek van f en de lijn k .

Bereken exact de inhoud van

6p **a** het lichaam L dat ontstaat als V wentelt om de x -as

4p **b** het lichaam M dat ontstaat als W wentelt om de x -as.



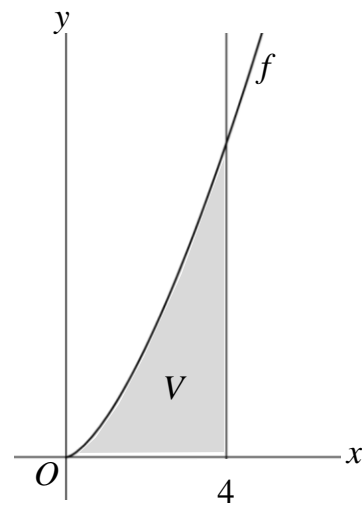
OPGAVE 5

Het vlakdeel V wordt ingesloten door de grafiek van $f(x) = x\sqrt{x}$, de x -as en de lijn $x = 4$.

5p **a** Bereken exact de inhoud van het lichaam L dat ontstaat als V wentelt om de y -as

4p **b** Bereken in twee decimalen nauwkeurig de omtrek van V . Gebruik dat voor de lengte l van de grafiek van f tussen $x = a$ en $x = b$

$$\text{geldt } l = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx.$$



OPGAVE 6

Een fietser rijdt met een constante snelheid van 19,8 km/uur van A naar B. Hij vertrekt op $t = 0$.

Een scooterrijder vertrekt vijf minuten later van A en rijdt dezelfde route als de fietser naar B. De scooterrijder begint met een snelheid van 0 m/s en trekt gedurende een aantal seconden op met een versnelling van 0,5 m/s² totdat zijn snelheid 36 km/uur is. Daarna verandert de snelheid niet meer.

11p Bereken algebraïsch hoeveel seconden na $t = 0$ de scooterrijder de fietser inhaalt. Rond af op gehelen.